Analisi Matematica 2 - 23/09/2009

COGNOME E NOME .....

N. di matricola ..... **FIRMA**.....

1. Determinare le singolarità isolate delle seguenti funzioni, determinare il tipo delle singolarità e calcolare nei casi (1.1) e (1.2) i residui nei punti singolari.

   (1.1) $\frac{\cos z}{z^2(z-\pi/2)}$ (1.2) $\sin(1/z)\cosh(1/z)$ (1.3) $\sin z \cosh(1/z)$

2. Sia $f(t) = \frac{t}{t^2+1}$ e $g(t) = \chi_{[0,1]} + f(t)$ per $t \in \mathbb{R}$.

   (2.1) Stabilire se la funzione f appartiene a $\mathcal{L}_1$.

   (2.2) Stabilire se la funzione f appartiene a $\mathcal{L}_2$.

   (2.3) Stabilire se la funzione g appartiene a $\mathcal{L}_1$.

   (2.4) Stabilire se la funzione g appartiene a $\mathcal{L}_2$.

   (2.5) Calcolare la trasformata di Fourier delle funzioni f e g.

3. Risolvere il problema $y''+2y'+2y = 0$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 2$ utilizzando la trasformata di Laplace. Esprimere la soluzione tramite funzioni reali.

4. (4.1) Si scriva la serie di Fourier associata alla funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ periodica di periodo 2 dove $f(x) = x$ per $0 \leq x \leq 1$ e $f(x) = 1$ per $1 < x < 2$.

   (4.2) Si studi la convergenza della serie.

   (4.3) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2}$ =? (utilizzare (4.1))

   (4.2) $v_0^3(f)$ =?

5. Calcolare

   (5.1) $\int_{[-1,1]\times[-1,1]} (x + \sin y) dx\, dy$

   (5.2) $\int_{\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 : x^2+y^2\leq 4\}} \sqrt{4 - x^2 - y^2} dx\, dy$

N.B. Gli esercizi i cui risultati non compaiano nel quadro riassuntivo saranno considerati non risolti. È necessario allegare lo svolgimento.

1. Il teorema dei residui.

2. Scrivere l'integrale che rappresenta il flusso di un campo vettoriale attraverso una superficie