**Analisi Matematica 2 - 11/02/2010**

**COGNOME E NOME** .....

**N. di matricola** ..... **FIRMA**.....

1. Determinare le singolarità isolate delle seguenti funzioni, determinare il tipo delle singolarità e calcolare i residui nei punti singolari.

   (1.1) $\frac{z}{(e^z-1)^2}$ (1.2) $\cos z \cosh(1/z)$ (1.3) $\frac{1}{z^4} + e^z$

2. Sia $f(t) = \frac{\cos 3t}{t^2+9}$ e $g(t) = \chi_{[0,1]} + f(t)$ per $t \in \mathbb{R}$.

   (2.1) Stabilire se la funzione $f$ appartiene a $\mathcal{L}_1$.

   (2.2) Stabilire se la funzione $f$ appartiene a $\mathcal{L}_2$.

   (2.3) Stabilire se la funzione $g$ appartiene a $\mathcal{L}_1$.

   (2.4) Stabilire se la funzione $g$ appartiene a $\mathcal{L}_2$.

   (2.5) Calcolare la trasformata di Fourier delle funzioni $f$ e $g$.

3. Risolvere il problema $y''-y = \cos 4t$ , $y(0) = -2$ , $y'(0) = 0$ utilizzando la trasformata di Laplace. Esprimere la soluzione tramite funzioni reali.

4. (4.1) Si scriva la serie di Fourier associata alla funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ periodica di periodo $2\pi$ dove $f(x) = \cos x$ per $0 \leq x \leq \pi$ e $f(x) = -\cos x$ per $-\pi < x < 0$ .

   (4.2) Si studi la convergenza della serie.

5. Si calcoli l'integrale
$$\int_E \sqrt{x^2 + y^2} dx\, dy\, dz\,,$$
dove
$$E = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x > 0,\ z^2 < x^2 + y^2 < 2x\}.$$

**N.B.** Riportare i risultati ottenuti. **Gli esercizi i cui risultati non compaiano negli appositi riquadri saranno considerati non risolti. È necessario allegare lo svolgimento.**

1. (a) Teorema di esistenza ed unicità per equazioni differenziali ordinarie.

(b) Consideri il problema di Cauchy $y' = \sqrt{|y|}$, $y(1) = \eta$. Per quali valori di $\eta$ si può applicare il teorema di esistenza ed unicità?

2. Teorema della divergenza