Analisi Matematica 2 - 03/02/2010

COGNOME E NOME .....

N. di matricola ..... **FIRMA**.....

1. Determinare le singolarità isolate delle seguenti funzioni, determinare il tipo delle singolarità e calcolare i residui nei punti singolari.

   (1.1) $\frac{1-\cos z}{z^3(z-2)^2}$

   (1.2) $\frac{1}{(z-1)^5}\cos\frac{1}{z-1}$

2. (2.1) Stabilire se la funzione $f(t)$ per $f(t) = \frac{\sin(3t-2)}{t^2+25}$ appartiene a $\mathcal{L}_1$.

   (2.2) Stabilire se la funzione $f(t)$ per $f(t) = \frac{\sin(3t-2)}{t^2+25}$ appartiene a $\mathcal{L}_2$.

   (2.3) Calcolare la trasformata di Fourier della funzione $f(t)$.

3. Risolvere il problema $y'' + y = e^{-t}$, $y(0) = 1/2$, $y'(0) = 1$ applicando la trasformata di Laplace.

4. (4.1) Si scriva la serie di Fourier associata alla funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ periodica di periodo 2π dove $f(x) = 1 - \frac{2|x|}{\pi}$ per $-\pi < x \leq \pi$.
   Si studi la convergenza della serie.
   (4.2) $v_0^{2\pi}(f(x)) =?$
   (4.3) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2} =?$

5. Si calcoli l'integrale
$$\int_E (x^2 + z) dx\, dy\, dz\,,$$
   dove E è il dominio delimitato dal paraboloide di rotazione $z = x^2 + y^2$ e dal piano orizzontale $z = 4$:
$$E = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq z \leq 4\}.$$

N.B. Gli esercizi i cui risultati non compaiano nel quadro riassuntivo saranno considerati non risolti. È necessario allegare lo svolgimento.

1. (a) Teorema dei residui.
(b) Disegnare un cammino $\mathcal{C}$ tale che $\int_{\mathcal{C}} 1/z dz = 2\pi i$, $\int_{\mathcal{C}} 1/(z-1) dz = -4\pi i$.

2. Teorema della divergenza