ESAME DI ELAB. NUM. DEL SEGNALE (23/06/2016)

Cognome e Nome: ________________________________ **Matricola:** ______________ **Lab:**_____

Lo studente descriva una tecnica di convoluzione veloce (*overlap-and-add* o *overlap-and-save*) a sua scelta.

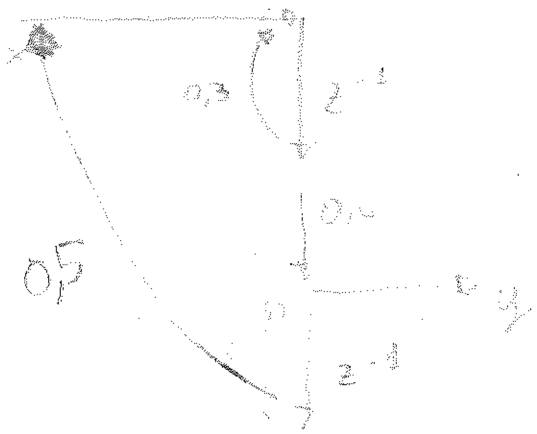
Cognome e Nome: ______________________________ **Matricola:** ______________ **Lab:**_____

Dato il filtro IIR il cui diagramma di flusso è mostrato in Figura A, si scriva una funzione (in C o altro linguaggio a scelta) avente la seguente interfaccia

```
typedef struct { ...  } stato;

float filtra(float x, stato *s);
```

La funzione, come al solito, dovrà accettare in x il campione di ingresso corrente $x(n)$ e dovrà restituire la corrispondente uscita del filtro $y(n)$. La variabile puntata da s può essere usata per conservare lo stato del filtro da una chiamata all'altra. La definizione del tipo stato è, ovviamente, a scelta dello studente.



Cognome e Nome: ______________________________ **Matricola:** ______________ **Lab:**_____

Un oggetto si muove con velocità v su un nastro trasportatore. Nel suo movimento l'oggetto urta contro piccole sporgenze disposte a distanza L l'una dall'altra producendo un rumore che, ai fini dell'esercizio, può essere considerato uguale all'onda quadra mostrata in Fig. 1. Si osservi che il periodo T dell'onda quadra è pari al tempo richiesto per passare da una sporgenza all'altra, ossia $T = L/v$.
Si vuole misurare la velocità dell'oggetto misurando la frequenza della fondamentale del rumore prodotto. L'errore massimo permesso è pari a Δv, ossia, detta v la velocità vera e $\hat{v}$ quella misurata deve essere $|v - \hat{v}| \leq \Delta v$. Si sa che la velocità dell'oggetto è compresa nell'intervallo $[v_{\min}, v_{\max}]$. Siano $f_{\min} = v_{\min}/L$ e $f_{\max} = v_{\max}/L$ le frequenze relative alle due velocità estreme.
La misura della frequenza avviene usando lo schema di Fig. 2. L'onda quadra acquisita viene campionata alla frequenza F_c dopo un pre-filtro RC (a tempo continuo, ovvio) con un solo polo con funzione di trasferimento $H(s) = 1/(1 + s\tau)$, con τ costante di tempo del filtro. Il segnale a tempo discreto così acquisito viene filtrato con un filtro passa basso IIR $G(z)$ per isolare la sola armonica fondamentale. L'uscita del filtro viene decimata di un fattore intero D. Infine, viene calcolata la FFT su un blocco di $B = 2^\nu$ campioni. Poiché a questo punto il segnale è in pratica una sinusoide, l'uscita della FFT avrà un "picco," ossia un campione di ampiezza molto più grande degli altri; dalla posizione del picco si ricava la frequenza della fondamentale e da questa la velocità dell'oggetto.
Si chiede

1. Scrivere la trasformata di Fourier del segnale di Fig. 1 considerato come segnale definito su $\mathbb{R}/\mathbb{Z}(T)$ (sugg: si osservi il segnale è la ripetizione periodica di un rect)
2. Determinare la costante di tempo τ in modo tale che la fondamentale del segnale non sia attenuata più di ρ_p, ossia, detta $\tilde{H}$ la risposta in frequenza del filtro a tempo continuo H deve essere $|\tilde{H}(f)| \geq \rho_P$ per ogni $f \in [f_{\min}, f_{\max}]$.
3. Si scriva l'espressione del modulo della trasformata di Fourier $U : \mathbb{Z}(1/T) \to \mathbb{C}$ dell'uscita $u : \mathbb{R}/\mathbb{Z}(T) \to \mathbb{R}$ del filtro H.
4. Si determini la *minima* frequenza di campionamento F_c in modo tale che l'ampiezza della prima armonica che causa aliasing (ossia, a frequenza $> F_c/2$) sia sempre minore o ugaule a ρ_A ("sempre" è da intendersi nel senso che tale condizione deve essere verificata qualunque sia il valore di $f \in [f_{\min}, f_{\max}]$. Suggerimento: quale frequenza nell'intervallo $[f_{\min}, f_{\max}]$ è la più critica?). È accettabile sfruttare il fatto che $|\sin(x)| \leq 1$ e/o procedere per tentativi.
5. Si vuole progettare il filtro G usando un prototipo analogico di Butterworth e la trasformazione bilineare. Il filtro deve essere tale che la prima armonica casca sempre in banda passante, mentre le altre armoniche (dalla seconda in poi) cascano sempre in banda attenuata. Si determini l'ordine minimo N del filtro usando come tolleranze in banda passante ed attenuata i valori δ_P e δ_A. In altre parole, deve essere $|\tilde{G}(f)| \geq 1 - \delta_P$ in banda passante e $|\tilde{G}(f)| \leq \delta_A$ in banda attenuata.
6. Si determini D come il più grande fattore di decimazione compatibile con il vincolo che la frequenza $f \in [f_{\min}, f_{\max}]$ della prima armonica non causi aliasing.
7. Si osservi che la dimensione $B = 2^\nu$ del blocco determina il passo di campionamento in frequenza eseguito dalla FFT e, di conseguenza, l'errore massimo commesso sulla misura della velocità. Si determini B in modo tale che sia rispettato il vincolo sulla precisione richiesta nella misura della velocità. (sugg.: può essere conveniente trasformare il vincolo di precisione sulla velocità in un analogo vincolo sulla misura della frequenza)
8. Si determini il numero totale di operazioni reali al secondo richiesto dallo schema. Si supponga che il calcolo di una FFT su B punti richieda $(5/2)B\log_2 B$ operazioni reali.

$v_{\max}$ (m/s)	$v_{\min}$ (m/s)	L (m)	Δv (m/s)	ρ_A	ρ_P	$\delta_A = \delta_P$
5	4	0.2	0.05	1e-3	0.9	1e-1

Cognome e Nome: ______________________________ **Matricola:** _____________ **Lab:**_____

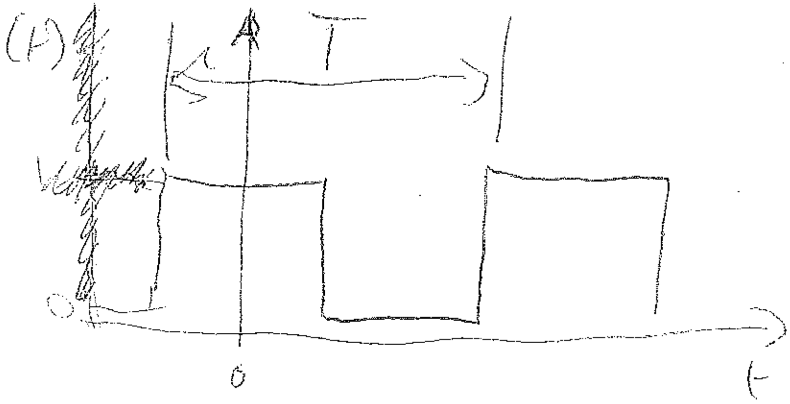


FIG. 1

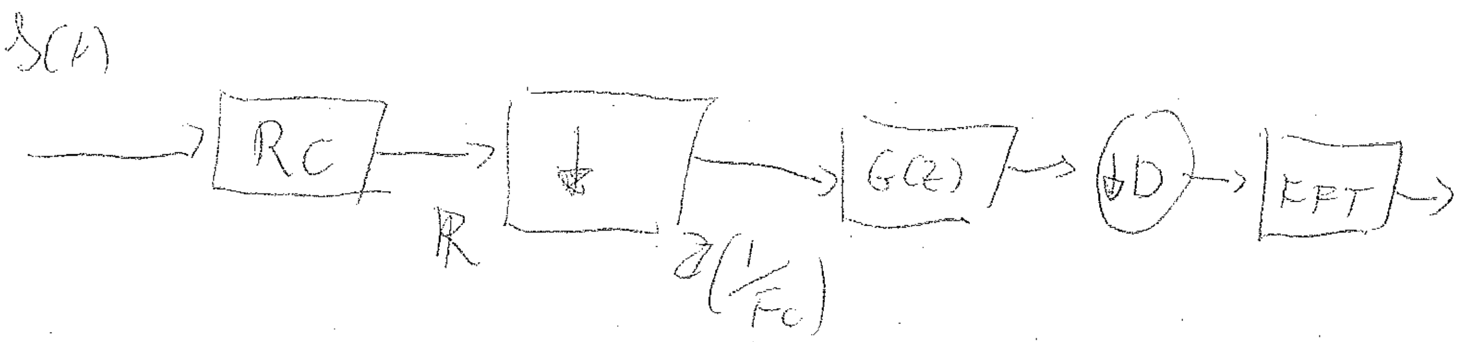


FIG. 2