

Modulazione di
Ampiezza(AM)

Modulazione di
Argomento (PM, FM)

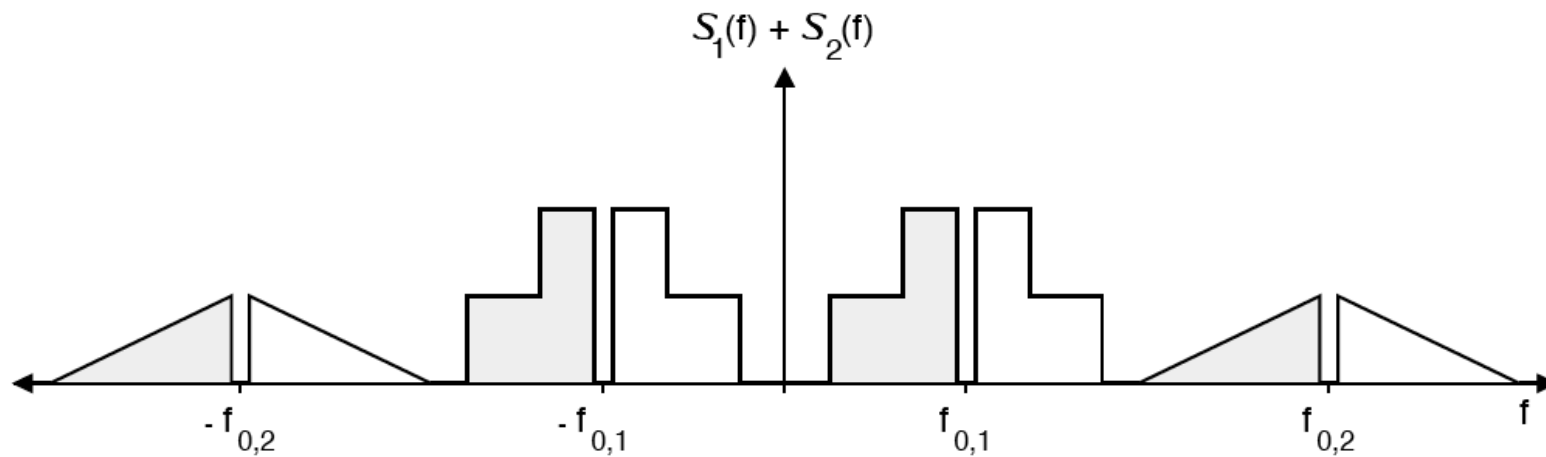
Modulazione di Ampiezza

DSB e SSB sono sistemi di modulazione di ampiezza, in cui l'ampiezza della portante viene modulata dal segnale di informazione (nel sistema SSB, il segnale modulato viene filtrato con un filtro opportuno)

DSB, e soprattutto SSB, permettono un uso efficiente dello spettro (banda B o $2B$, dove B è la banda del segnale di informazione)

Più alta è la frequenza della portante, più ampia è, con gli stessi dispositivi, la larghezza di banda disponibile per la trasmissione, che sarà suddivisa in vari canali mediante tecniche di Frequency Division Multiplexing

Frequency Division Multiplexing (FDM)



Modulazione di Ampiezza

Frequenze radio relativamente basse (onde lunghe: 144 KHz – 351 KHz, onde medie: 530 KHz – 1,7 MHz, onde corte: 1,7 MHz – 30 MHz), richiedono un'alta efficienza spettrale (e antenne di dimensioni adeguate)

Inoltre, queste possono propagarsi a grande distanza, a causa di modi di propagazione come l'onda di terra (onde lunghe e medie) e la propagazione ionosferica (onde corte) – fenomeni di rifrazione dell'onda elettromagnetica nello strato terra-aria o di riflessione nella ionosfera permettono all'onda di seguire la curvatura terrestre e di propagarsi a grande distanza -

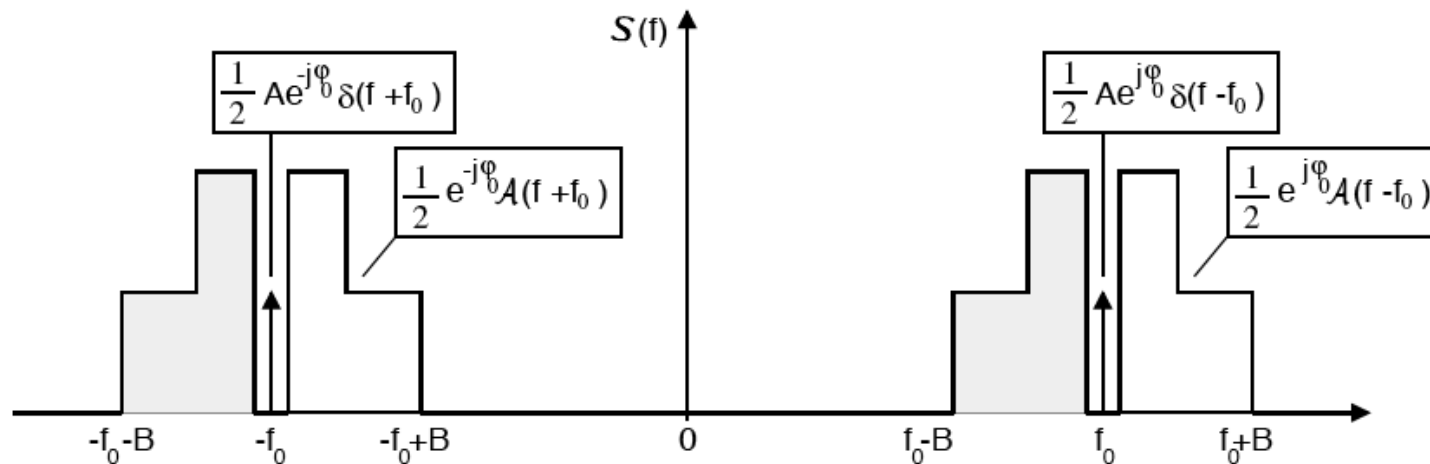
DSB e SSB sono le modulazioni più usate per le trasmissioni sulle onde corte, eccetto che il broadcasting, in cui si utilizza la modulazione AM di involuppo

Recupero della portante

- Sistemi TC (Transmitted Carrier: es. DSB-TC)

$$v_R(t) = V_0 \cos(2\pi f_0 t) + s(t) \cos(2\pi f_0 t)$$

La portante viene recuperata con un filtro passa-banda (seguito da un PLL). Si assume che $s(t)$ abbia contenuto spettrale trascurabile attorno alla frequenza 0



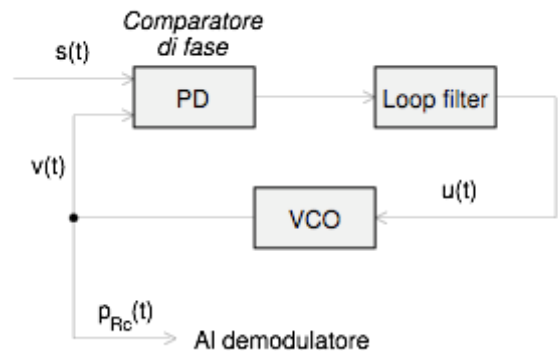
Recupero della portante

- **Sistemi SC (Suppressed Carrier: es. DSB-SC)** Si utilizza una non-linearità che introduce una riga spettrale, che viene poi selezionata da un filtro passa-banda (seguito da un PLL)

$$v_R(t) = s(t) \cos(2\pi f_0 t), \quad v_R^2(t) = s^2(t) \cos^2(2\pi f_0 t)$$

$$s^2(t) = M_s + s'(t), \quad v_R^2(t) = M_s \cos(2\pi 2f_0 t) + \text{rumore}.$$

La portante viene poi recuperata con un filtro passa-banda (seguito da un PLL).



Costa's loop per recupero portanti in quadratura

Ergodicità

- Legge dei grandi numeri: x_i v.a. indipendenti ed equidistribuite:

$$\frac{x_1 + x_2 + \cdots + x_N}{N} \rightarrow E[x]$$

- Ergodicità di un processo aleatorio stazionario. Per $T \rightarrow +\infty$

$$\frac{1}{2T} \int_{-T}^T x(t) dt \rightarrow E[x(t)] = m_x$$

$$\frac{1}{2T} \int_{-T}^T x^2(t) dt \rightarrow E[x^2(t)] = M_x$$

$$\frac{1}{2T} \int_{-T}^T x(t)x(t + \tau) dt \rightarrow r_x(\tau)$$

- Definito $x_T(t) = x(t)\text{rect}(t/T)$

$$\frac{1}{T} E[|X_T(f)|^2] \rightarrow R_x(f)$$

Il metodo di stima spettrale *Periodogramma* si basa sulla relazione precedente

Modulazione AM di inviluppo

Nella modulazione di ampiezza, si trasmette il segnale

$$v(t) = (V_0 + k_I x(t)) \cos(2\pi f_0 t),$$

dove $x(t)$ è il segnale di informazione, con banda B , e f_0 è la frequenza della portante, $f_0 \gg B$. Nella modulazione di ampiezza, V_0 e k_I vengono scelti in modo che

$$V_0 + k_I x(t) \geq 0. \quad (1)$$

Modulazione AM di inviluppo

Se l'ampiezza di $x(t)$ non è limitata, si richiede che (1) sia soddisfatta in termini probabilistici,

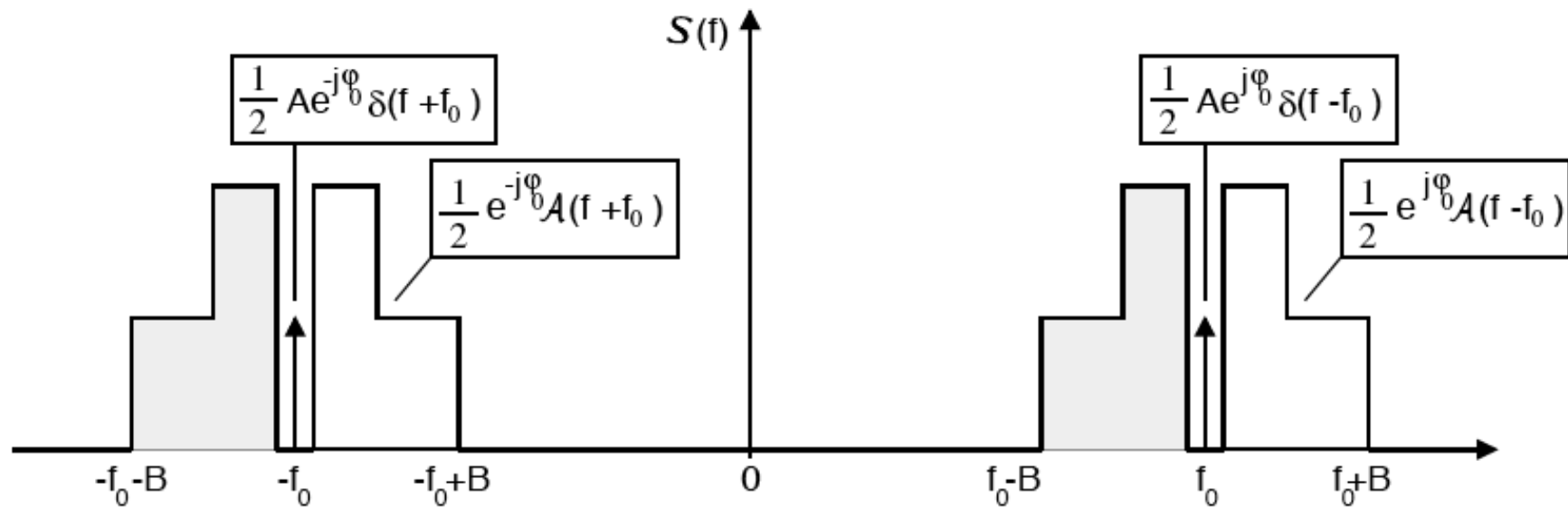
$$P[V_0 + k_I x(t) \geq 0] = 1 - \epsilon, \quad (2)$$

con ϵ scelto opportunamente. In altre parole, definito con $-x_M$ il valore minimo di $x(t)$ (o in modo tale che $P[x(t) \geq -x_M]$ con alta probabilità), la (1) è soddisfatta se

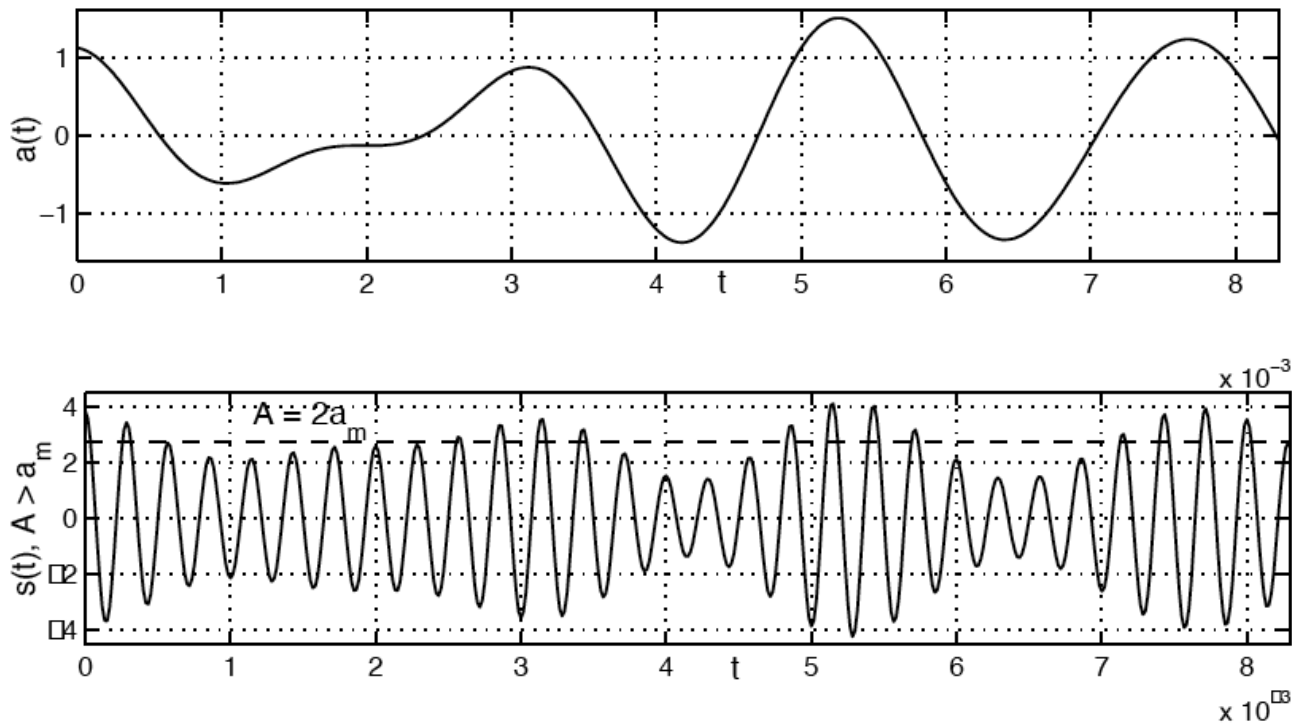
$$m_I = \frac{k_I x_M}{V_0} \leq 1.$$

Il parametro m_I viene detto *indice di modulazione* e la condizione $m_I \leq 1$ viene detta *di corretta modulazione*. In sostanza, la modulazione di ampiezza (AM) si configura come una modulazione DSB, in cui viene trasmessa anche la portante (per la AM, si usa infatti anche la denominazione DSB-TC (DSB Transmitted Carrier)).

Amplitude Modulation



Segnali nella AM



Ricevitore

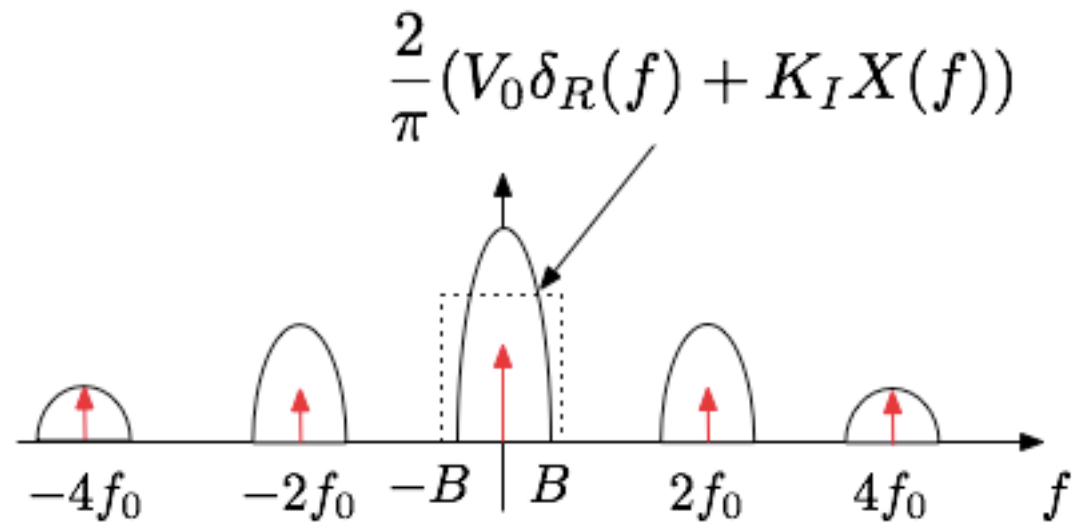
Al ricevitore è sufficiente calcolare, mediante un raddrizzatore, il modulo di $v(t)$, ottenendo, nelle ipotesi suddette,

$$v_R(t) = (V_0 + k_I x(t)) |\cos(2\pi f_0 t)|.$$

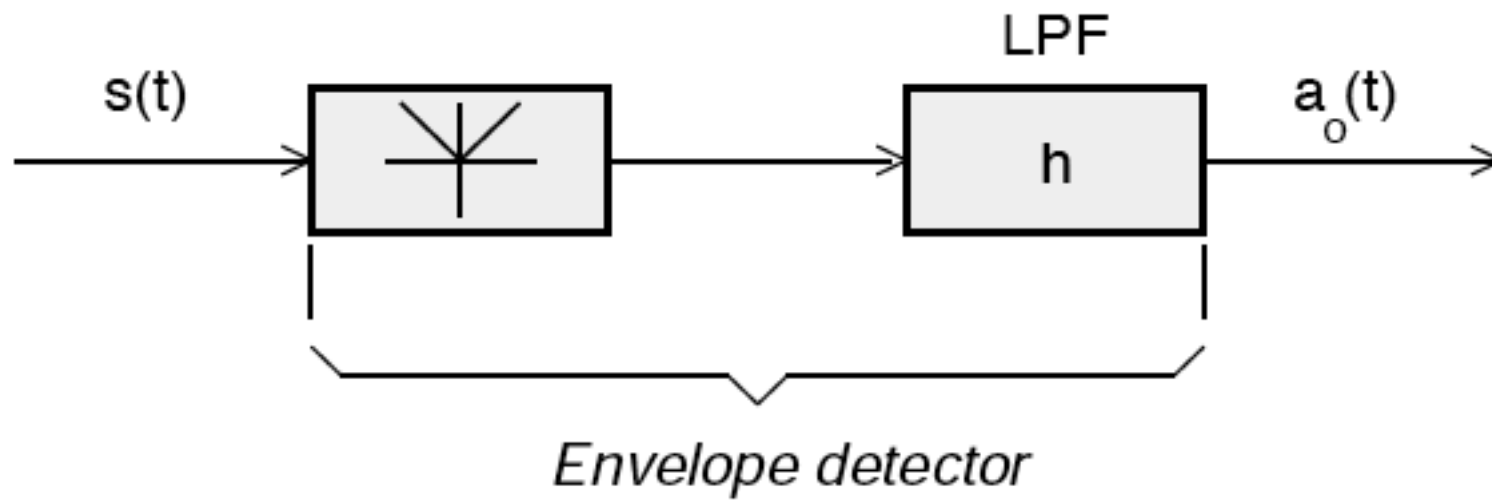
La funzione $|\cos(2\pi f_0 t)|$ è una funzione periodica di periodo $1/(2f_0)$ e quindi ha uno sviluppo di Fourier del tipo

$$\mathcal{F}\{|\cos(2\pi f_0 t)|\} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} c_k \delta_R(f - 2kf_0), \quad c_0 = \frac{2}{\pi}.$$

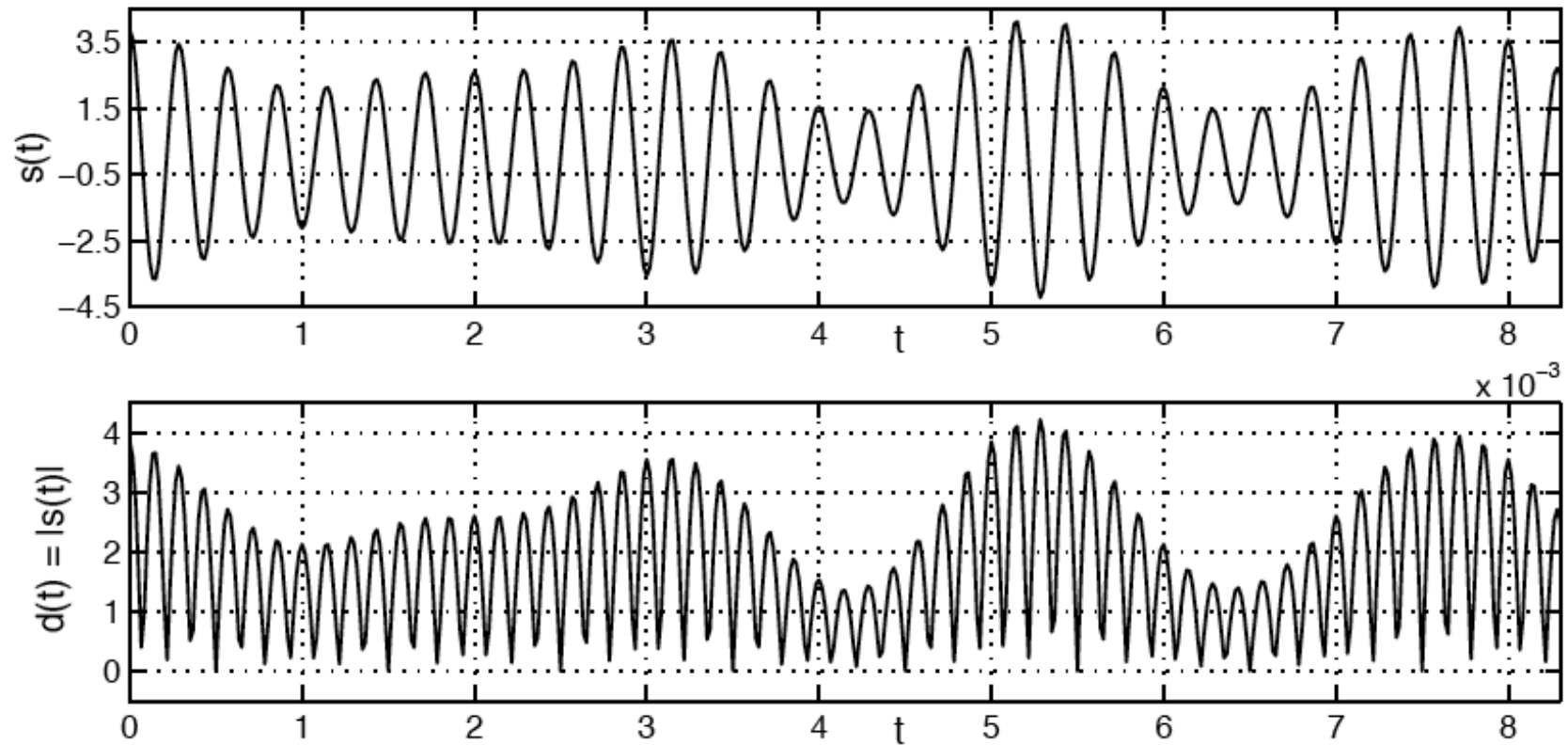
Ricevitore



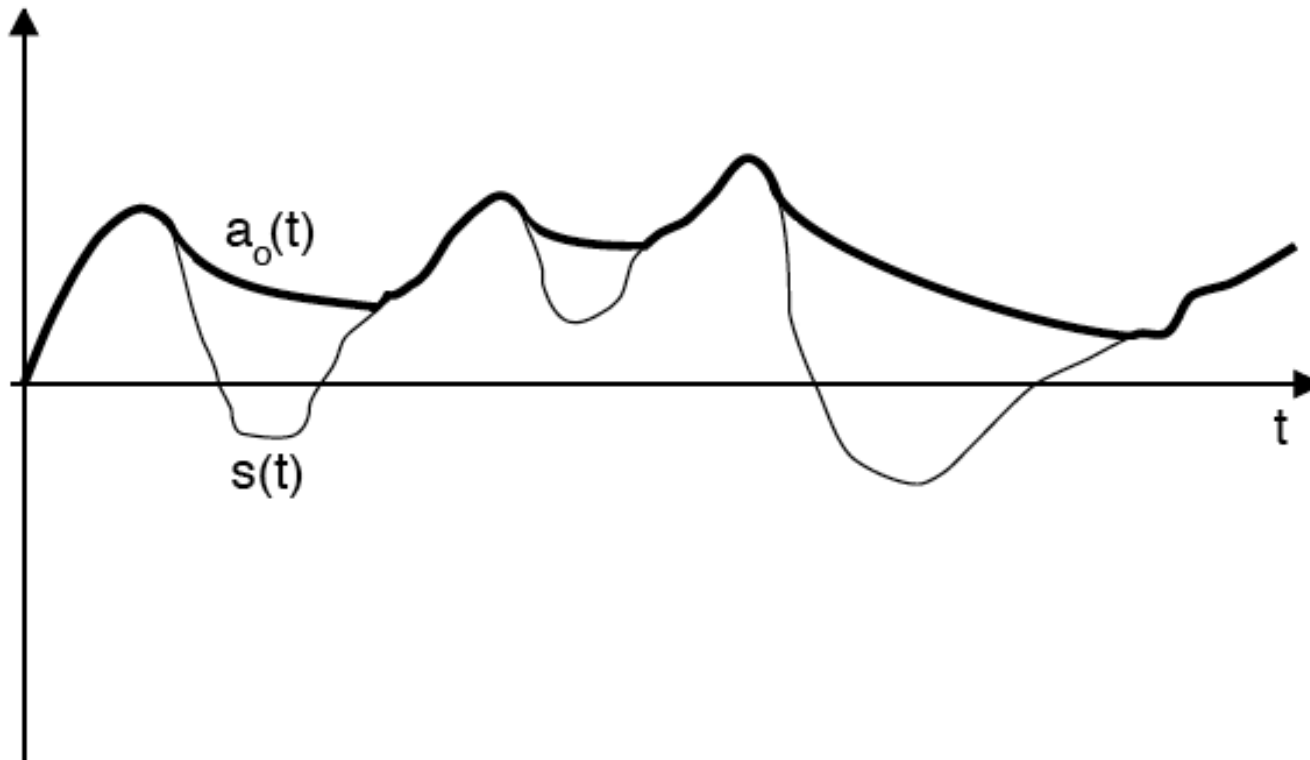
Ricevitore



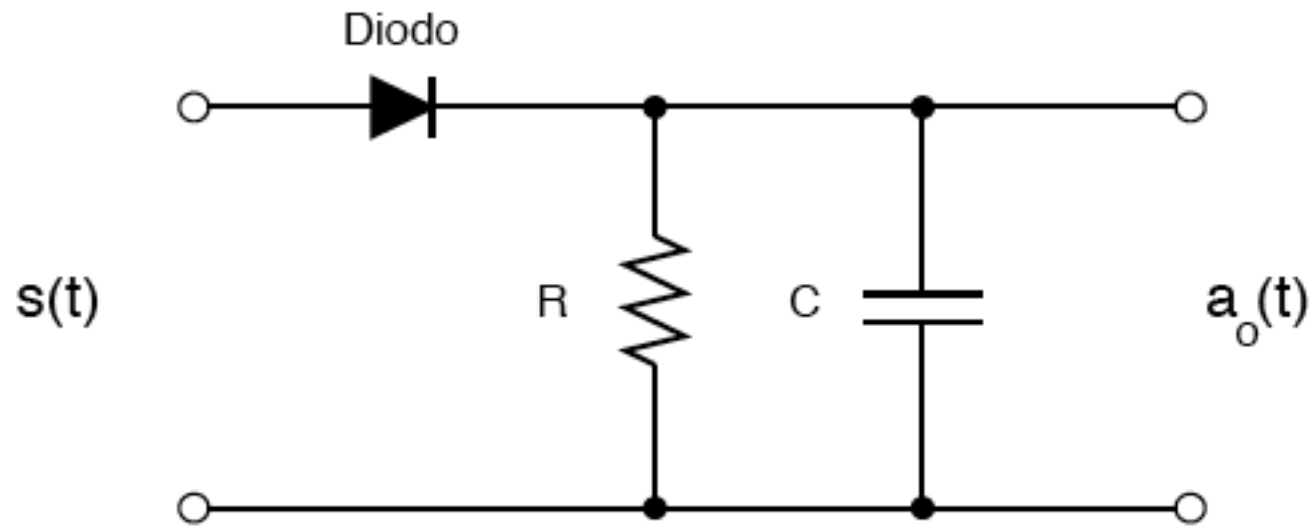
Ricevitore



Ricevitore



Ricevitore



Prestazioni (piccolo rumore)

$$\Lambda = \gamma \Lambda_c < \Lambda_c$$

$$\Lambda = \Lambda_c \frac{m_I^2 k_f^2}{1 + m_I^2 k_f^2}.$$

Nella relazione precedente, Λ_c è il rapporto segnale/rumore convenzionale prima dell'amplificatore di ricezione, pari al rapporto fra la potenza del segnale ricevuto e la potenza del rumore convenzionale sulla banda del segnale, m_I è l'indice di modulazione; inoltre, $k_f^2 = M_x/x_M^2$ è il quadrato del *fattore di forma*, in cui M_x è la potenza del segnale di informazione $x(t)$ e $|x(t)| \leq x_M$ (se $x(t)$ non è ad ampiezza limitata, si definisce x_M ponendo $P[|x(t)| \leq x_M] \simeq 1$.) Nei casi di interesse, $k_f < 1$.

Modulazione di Argomento

Nella modulazione di argomento, viene trasmesso il segnale

$$v(t) = V_0 \cos(2\pi f_0 t + \alpha(t) + \varphi) \quad M_v = \frac{V_0^2}{2}$$

dove $V_0 \cos(2\pi f_0 t)$ è la portante e $\alpha(t)$ è una trasformazione lineare del segnale di informazione $x(t)$. I casi fondamentali sono la *modulazione di fase*, in cui

$$\alpha(t) = K_\Phi x(t)$$

e la *modulazione di frequenza*, in cui

$$\alpha(t) = 2\pi K_F \int_{t_0}^t x(u) du.$$

Modulazione di Argomento

In ogni caso, $\alpha(t)$ rappresenta la *deviazione di fase* del segnale, ovvero

$$\Delta\varphi_v(t) = \alpha(t),$$

mentre la corrispondente deviazione di frequenza risulta

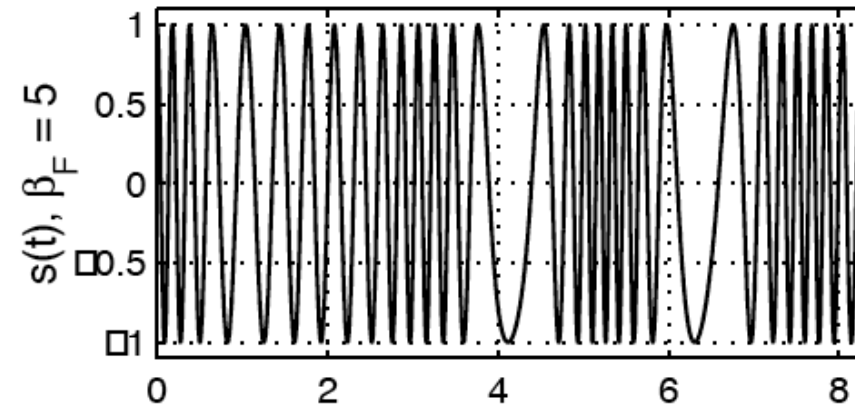
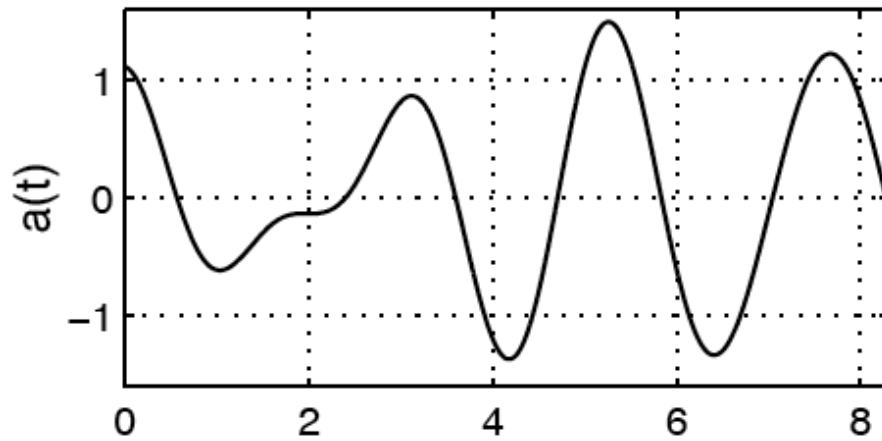
$$\Delta f_v(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d}{dt} \alpha(t),$$

per cui, nella modulazione di frequenza, si ha

$$\Delta f_v(t) = K_F x(t).$$

La deviazione di frequenza risulta dunque in questo caso proporzionale al segnale di informazione.

Modulazione di Argomento



Segnale sinusoidale (PM)

$$\alpha(t) = \Delta\Phi \sin 2\pi f_m t,$$

$$e^{j\Delta\Phi \sin 2\pi f_m t} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} J_k(\Delta\Phi) e^{j2\pi k f_m t},$$

$J_k(t)$ è la *funzione di Bessel di prima specie* di ordine k

Segnale sinusoidale

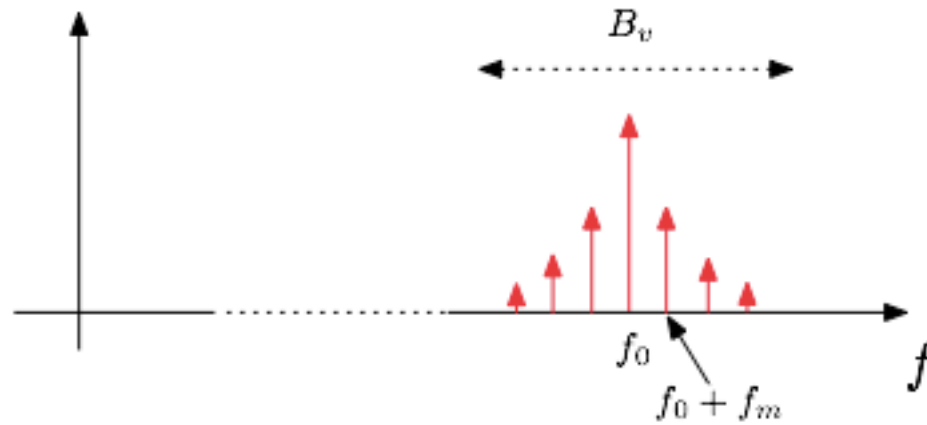
$$v(t) = V_0 \cos(2\pi f_0 t + \Delta\Phi \sin 2\pi f_m t + \varphi)$$

$$v(t) = V_0 \operatorname{Re} [e^{j2\pi f_0 t + \varphi} e^{j\Delta\Phi \sin 2\pi f_m t}]$$

$$= V_0 \operatorname{Re} \left[e^{j2\pi f_0 t + \varphi} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} J_k(\Delta\Phi) e^{j2\pi k f_m t} \right]$$

$$= V_0 \sum_{k=-\infty}^{+\infty} J_k(\Delta\Phi) \cos(2\pi f_0 t + 2\pi k f_m t + \varphi).$$

Segnale sinusoidale

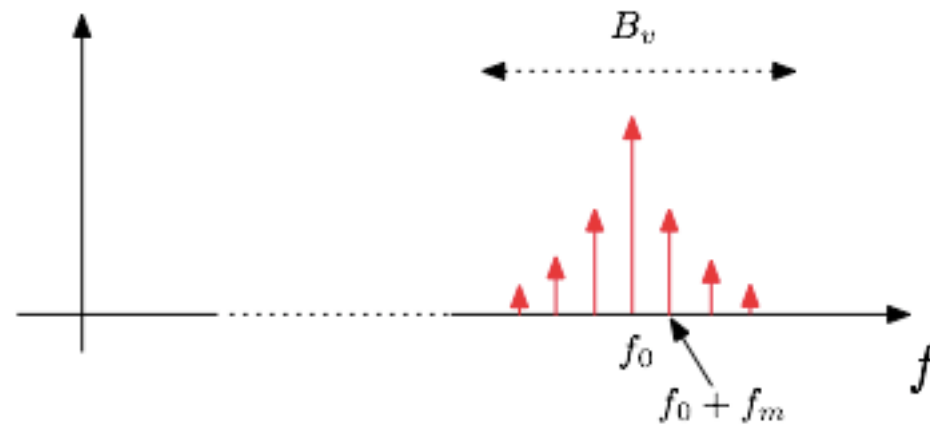


$$\sum_{k=-\infty}^{+\infty} J_k^2(\Delta\Phi) = 1$$

Criterio: 90% Energia totale

$$B_v \simeq 2f_m(1 + \Delta\Phi)$$

Segnale sinusoidale (FM)



$$\Delta f_v(t) = \Delta F \cos(2\pi f_m t)$$

$$\Delta\Phi = \Delta F / f_m$$

$$B_v \simeq 2(f_m + \Delta F)$$

Formula di Carson

Modulazione di fase:

Banda segnale: B Hz

$$\Delta\Phi = \max |\Delta\varphi_v(t)| = \max K_\Phi |x(t)|$$

$$B_v \simeq 2B(1 + \Delta\Phi)$$

Modulazione di frequenza:

$$\Delta F = \max |\Delta f_v(t)| = \max K_F |x(t)|$$

$$B_v \simeq 2(B + \Delta F)$$

Demodulatore FM

Derivatore:

$$\frac{d}{dt}v(t) = -V_0(2\pi f_0 + 2\pi K_F x(t)) \sin \left(2\pi f_0 t + 2\pi K_F \int_{t_0}^t x(u) du + \varphi \right).$$

↖
Segnale AM

↖
“portante”



Prestazioni

$$\Lambda = \gamma \Lambda_c > \Lambda_c$$

$$\Lambda = 3k_f^2 \left(\frac{\Delta F}{B} \right)^2 \Lambda_c$$

$k_f^2 = M_x / x_M^2$ quadrato fattore di forma
 $P[|x(t)| \leq x_M] \simeq 1$

Esempio: FM commerciale

$$B = 15 \text{ kHz}$$

$$\Delta F = 75 \text{ kHz}$$

$$B_v = 180 \text{ kHz}$$

$$\text{assumendo } k_f^2 = 0.5$$

$$\Lambda = 37.5 \Lambda_c \text{ (efficienza=15.7 dB)}$$

Ulteriore guadagno di 6-10 dB con enfasi-deenfasi
(amplificazione alte frequenze in tx - attenuazione in rx)